

宁波大学 2017 年博士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 3813 科目名称: 量子力学

一、简答题 (共 $10 \times 3 = 30$ 分)

1. 简述量子力学五个基本假设。
2. 写两个测不准关系式。
3. 写出德布罗意关系式并写出自由粒子的德布罗意波函数。
4. 可否用 Pauli 矩阵直接作为电子自旋算符的角动量矩阵? 为什么?
5. 写出一个纠缠度最大的两体纠缠态。
6. 设系统处在 $\psi = \sqrt{\frac{1}{2}}Y_{10} + \sqrt{\frac{1}{3}}Y_{21} + cY_{20}$, 其中 Y_{lm} 为球谐函数, 则测得系统处于 $l=2$ 的几率是多少。
7. 写出自由粒子的波函数, 并验证其满足 Schrodinger 方程。
8. 写出相干态在动量表象中的波函数表达式。
9. 简述一下量子通信基本原理。
10. 现在用来做量子计算的量子比特的物理实现有哪些?

二、计算题 (共 6 小题 70 分)

1、(10 分) 计算下列对易关系

1) $\left[x, \frac{d}{dx} \right] =$

2) $\left[\frac{d}{dx}, x^2 \right] =$

2、(10 分) 写出相干态在 Fock 态下的表示, 并通过计算说明什么样的两个相干态接近正交。

3、(10 分) 考虑一个沿 z 方向均匀磁场中的一个电子, 在 $t=0$ 时刻, 设电子自旋初态为

$$|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Hamiltonian 为

$$H = -\mu_e B \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

宁波大学 2017 年博士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 3813 科目名称: 量子力学

计算 t 时刻电子自旋算符 $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的平均值。

4、(10 分) 在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_x 的矩阵为

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

求它的本征值和归一化本征矢, 并将矩阵 \hat{L}_x 对角化。

5、(15 分) 若设两态系统的其中一个基矢为

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

试找出另一个基矢 $|\psi_2\rangle$, 并计算在相干叠加态 $|\psi\rangle = \alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle$ 下, σ_x 的平均值。

6、(15 分) 一粒子在一维势场 $U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases}$ 中运动, 求粒子的能级和对应的波函数。