南京航空航天大学

2012 年硕士研究生入学考试初试试题（ A 卷）

科目代码： 821 科目名称：信号系统与数字信号处理 满分： 150 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、（每空 1 分，共 30 分）填空题

1. 已知某连续时间系统的输出为输入信号的奇分量，即 $r(t)=\frac{1}{2}\left(e(t)-e\left(-t\right)\right)$，其中 $r(t)$ 为系统的响应，$e(t)$ 为系统的激励。试判断该系统是线性系统还是非线性系统__________；是时变还是时不变系统__________；是因果还是非因果系统__________。

2. 所谓系统稳定是指__________；对于线性时不变连续时间系统，稳定的充分必要条件为__________；对于线性时不变离散时间系统，稳定的充分必要条件为__________；在实际中通常可以根据它们系统函数的极点在复平面中的位置来判定，对于因果稳定的线性时不变连续时间系统，$H(s)$ 的极点应位于__________；对于因果稳定的线性时不变离散时间系统，$H(z)$ 的极点应位于__________。

3. 已知连续时间信号 $f(t)$ 当 $-1<t<3$ 时 $f(t)=0$，则当 $t_1<t<t_2$ 时必有 $f(1-t)+f(2-t)=0$,其中 $t_1=$__________，$t_2=$__________；已知离散时间信号 $x(k)$ 当 $k<-2$ 和 $k>4$ 时 $x(k)=0$，则当 $k\le k_1$ 和 $k\ge k_2$ 时必有 $x\left(-k-2\right)=0$，其中 $k_1=$__________，$k_2=$__________。

4. 有些信号的频谱是连续的，有些是离散的；而有些信号的频谱是周期的，有些是非周期的。对于单脉冲信号、周期脉冲信号以及抽样信号（带限非周期连续时间信号经理想抽样得到的信号）三种信号，频谱是连续的有___________，频谱是离散的有___________；频谱是周期的有___________，频谱是非周期的有___________。

5. 当一个脉冲宽度为 τ_0 的矩形脉冲信号通过 RC 电路时，当满足___________条件时，___________两端的电压近视为输入信号的微分；当满足___________条件时，___________两端的电压近视为输入信号的积分。

6. 已知离散时间序列 $x(n)=\delta(n)-\dfrac{\sin 0.3\pi n}{\pi n}$ ，$(-\infty \le n \le +\infty)$，记 $x(n)$ 的傅里叶变换为 $X(e^{j\omega})$ ，则 $X(e^{j\omega})\big|_{\omega=0}=$ ___________ ，$X(e^{j\omega})\big|_{\omega=0.5\pi}=$___________ 。

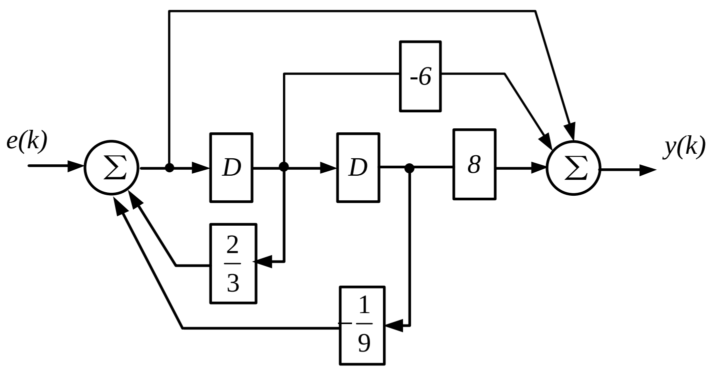
7. 已知离散时间系统的单位取样响应 $h(n)$ 的 Z 变换 $H(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$ ，$|a|>1$。如果系统是稳定系统，则该系统为___________系统（在因果或非因果中选择填空），如果系统是因果系统，则该系统为___________系统（在稳定或非稳定中选择填空）。

8. 已知离散时间序列 $x(n)$ $(0 \le n \le N-1)$ 为 N 点有限长序列，其 N 点离散傅里叶变换 $X(k)=DFT[x(n)]$ $(0 \le k \le N-1)$ ，并且有 Z 变换 $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$ $,R_{x-}<|z|<R_{x+}$ ，傅里叶变换 $X(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-jn\omega}$ ；则 $X(k)$ 与 $X(z)$ 之间的关系为 $X(k)=$ ___________；$X(k)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 的关系为 $X(k)=$___________。

9. 已知离散时间序列 $x(n)$ $(0 \le n \le M-1)$ 为 M 点有限长序列，记 $\tilde{x}_1(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(n+rN), \tilde{x}_2(n)=x((n))_N$，则 $\tilde{x}_1(n)=\tilde{x}_2(n)$ 的条件是____________；如果记 $W_N=e^{-j\frac{2\pi}{N}}$，则 $\sum_{n=0}^{N-1}W_N^{kn}=$____________。

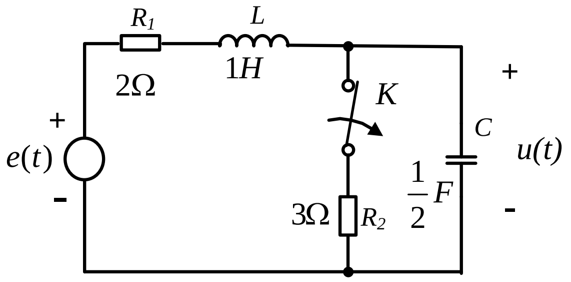
10. 已知离散时间 FIR 系统的单位取样响应满足条件 $h(n)=h(N-1-n)$ $(0 \le n \le N-1)$，N 为偶数，则 $h(n)$ 可以用于设计的滤波器类型有____________（在低通、高通、带通、带阻中选择填空）；如果用线性相位 FIR 网络结构实现该系统，则网络流图中乘法器的个数为____________。

二、（20 分）某因果线性非移变离散系统的方框图如图所示，其中 D 表示单位延时器。



1. 求系统函数 $H(z)$，并写出系统的差分方程；
2. 根据 $H(z)$ 求系统的单位函数响应 $h(k)$；
3. 已知系统的初始储能为 $y_{zi}(0)=1$，$y_{zi}(1)=2$，求系统的零输入响应 $y_{zi}(k)$；
4. 已知激励 $e(k)=\left(2^k+4^k\right)\varepsilon(k)$，求系统的零状态响应 $y_{zs}(k)$。

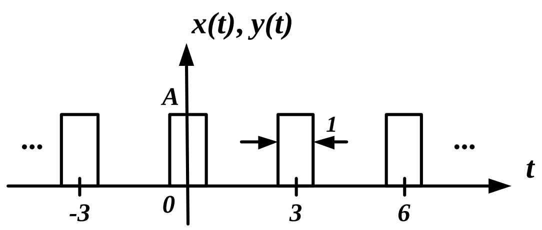
三、（20 分）电路及元件参数如图所示，其中$e(t)=\begin{cases} e^{-3t} & t>0 \\ 5 & t\le 0 \end{cases}$为激励，开关 K 原来是闭合的，在$t=0$时打开。



1. 求电感初始电流$i_L(0^-)$以及电容初始电压$u_C(0^-)$，并画出$t>0$时的运算等效电路；
2. 根据运算等效电路求系统函数$H(s)$，并作出系统模拟方框图；
3. 根据$H(s)$求系统单位冲激响应$h(t)$；
4. 根据运算等效电路求系统的全响应。

四、（20 分）设$x(t)$和$y(t)$是两个具有公共周期 T 的周期信号，对于任意的实数t_1，定义$f(t)=\int_{t_1}^{t_1+T} x(\tau)y(t-\tau)d\tau$，$f(t)$称$x(t)$和$y(t)$的**周期卷积**。

1. 证明$f(t)$仍然是一个以 T 为周期的周期信号；
2. 设$x(t)$和$y(t)$满足狄里赫莱(Dirichlet)条件，它们的傅里叶级数展开式为 $x(t)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{A}_{n,x}e^{jn\Omega t}$，$y(t)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{A}_{n,y}e^{jn\Omega t}$，$f(t)$的傅里叶级数展开式记为 $f(t)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\dot{A}_{n,f}e^{jn\Omega t}$，证明$\dot{A}_{n,f}=\frac{T}{2}\left(\dot{A}_{n,x}\cdot\dot{A}_{n,y}\right)$（其中$\Omega=\frac{2\pi}{T}$）；
3. 若$x(t)$和$y(t)$是两个相同的周期矩形脉冲如图所示，A 是实常数。试计算它们的周期卷积$f(t)$，并画出$f(t)$的图形；



4. 利用 2 的结论将 3 中的$f(t)$展开成傅里叶级数，并画出$f(t)$的频谱图。

五、（20 分）已知时域离散序列 $x(n)=R_N(n)$。

1. 求序列 $x(n)$ 的 Z 变换 $X(z)$，并且指明收敛域；

2. 当 $N=8$ 时，求 $X(z)$ 的极点与零点；

3. 当 $N=8$ 时，如果有 $x_1(n)=(-1)^n x(n)$，

   定义 $X_1(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_1(n)e^{-j\omega n}=\left|X_1(e^{j\omega})\right|e^{j\arg[X_1(e^{j\omega})]}$，求 $\left|X_1(e^{j\omega})\right|$ 与 $\arg[X_1(e^{j\omega})]$；

4. 如果 $X_1(f)=X_1(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi f}{f_s}}$，其中 f_s 为系统采样频率，请作图表示 $\left|X_1(f)\right|$。

六、（20 分）计算下列各小题 。

1. 已知序列 $X(k)=N\delta(k)$，求其 N 点离散傅里叶反变换 $x(n)=IDFT[x(k)]\ (0\le n\le N-1)$；

2. 已知序列 $X(k)=\begin{cases} N & k=0 \\ \dfrac{2}{1-e^{-j\frac{\pi}{N}k}} & k\text{为奇数} \quad ,0<k\le 2N-1 \\ 0 & k\text{为偶数} \quad ,0<k\le 2N-1 \end{cases}$，求其 2N 点离散傅里叶反变换 $x(n)=IDFT[X(k)]$，$0\le n\le 2N-1$；

3. 已知序列 $x(n)=\cos\dfrac{2\pi n}{N}R_N(n)$，求其 N 点离散傅里叶变换 $X(k)=DFT[x(n)]$，$0\le n\le N-1$；

4. 已知序列 $x(n)=\left[\dfrac{1}{2}+\cos^2\left(\dfrac{2\pi}{N}mn+\theta\right)\right]R_N(n)$，$m$ 为整数且 $0<m<\dfrac{N}{4}$，θ 为实常数，求其 N 点离散傅里叶变换 $X(k)=DFT[x(n)]$，$0\le n\le N-1$。

七、（20 分）已知离散时间 FIR 系统的单位取样响应为

$$h(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-3)+4\delta(n-4)$$
$$-4\delta(n-5)-3\delta(n-6)-2\delta(n-8)-\delta(n-9)$$

1. 求该系统的系统函数 $H(z)$,并且指明 $H(z)$ 的收敛域;

2. 如果有 $H(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}h(n)e^{j\omega n}=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$ ，其中 $H(\omega)$ 为幅度函数，$\theta(\omega)$ 为相位函数，试求 $H(\omega)$ 与 $\theta(\omega)$；

3. 试求 $H(e^{j\omega})\big|_{\omega=0}$ ，$H(e^{j\omega})\big|_{\omega=\pi}$ ，$\int_{-\pi}^{\pi}\left|H(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$ ；

4. 请说明该 FIR 系统属于何种类型的数字滤波器？（低通、高通、带通、带阻）