武汉纺织大学
2017 年招收硕士学位研究生试卷

科目代码 601　　　　　　科目名称 高等数学

考试时间 2016 年 12 月 25 日上午　　　　　　报考专业 ____________

1、试题内容不得超过画线范围，试题必须打印，图表清晰，标注准确。
2、试题之间不留空格。
3、答案请写在答题纸上，在此试卷上答题无效。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	得分
得分												

本试卷总分 150 分，考试时间 3 小时。

一、填空题（每题 4 分，共 20 分）

1、 $\lim\limits_{x\to\pi/2}(1+\cos x)^{3\sec x}=$____________；

2、设 L 是以 $(0,0),(1,0),(0,1)$ 为顶点的三角形域的整个边界，则 $\oint_L 3ds=$________；

3、曲线 $y=x^3-3x^2+1$ 的拐点坐标为____________；

4、微分方程 $y''+6y'+13y=0$ 的通解为________________ ；

5、空间曲线 $C:\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ z=2-(x^2+y^2) \end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线方程为____________.

二、单项选择题（每题 4 分，共 20 分）

1、设 $F'(x)=f(x)$，则下列正确的表达式是（　　　）；

（A）$\int dF(x)=f(x)+C$ ；　　（B）$\dfrac{d}{dx}\int F(x)dx=f(x)+C$；

（C）$\int f(x)dx=F(x)+C$；　　（D）$\int F'(x)dx=f(x)+C$。

2、设 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n\neq 0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ （　　　）；

（A）绝对收敛；　（B）条件收敛；　（C）收敛；　（D）发散.

3、设 $y=\arcsin\left(x^2\right)$，则 $dy=$（　　　　）；

（A）$\dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}dx$；　（B）$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^4}}dx$；

（C）$\dfrac{2x}{1+x^4}dx$；　（D）$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}dx$.

4、设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，其在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}x^2, & -\pi\le x<0\\ \dfrac{1}{\pi}(x-\pi)^2, & 0\le x<\pi\end{cases}$$

设 $f(x)$ 的 Fourier 级数的和函数为 $s(x)$，则以下结论中错误的是（　　）；

(A) 当 $-\pi<x<0$ 时，$s(x)=\dfrac{1}{\pi}x^2$；　(B) 当 $x=0$ 时，$s(x)=\pi$；

(C) 当 $x=\pi$ 时，$s(x)=\dfrac{\pi}{2}$；　(D) 当 $x=-\pi$ 时，$s(x)=\dfrac{\pi}{2}$.

5、设 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处的偏导数 $f_x(x_0,y_0)$ 存在，则 $f_x(x_0,y_0)=$（　　）；

(A) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h,y_0+h)-f(x_0,y_0)}{h}$；(B) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h,y_0)-f(x_0-h,y_0)}{h}$；

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-h,y_0)-f(x_0,y_0)}{h}$；　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0)-f(x_0-h,y_0)}{h}$.

三、计算下列各题（每题 8 分，共 64 分）

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x^3}-1}{x-\sin x}$；

2、已知 $\begin{cases}x=\ln(t^2+1)\\ y=t-\arctan t\end{cases}$，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$；

3、设 $z=xf(u)$，而 $u=\dfrac{y}{x}$，其中 $f(u)$ 二阶可导，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

4、求由抛物线 $y^2=2x$ 与直线 $y=x-4$ 所围成的平面图形的面积；

5、计算积分 $\int_0^1 x^2e^x dx$；

6、求过直线 $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$ 及点 $M(3,-1,\ 3)$ 的平面方程；

7、验证 $(xy^2+2x+1)dx+(x^2y+y+2)dy$ 是某二元函数 $u(x,y)$ 的全微分，求出 $u(x,y)$，并计算 $I=\int_{(1,1)}^{(0,0)}(xy^2+2x+1)dx+(x^2y+y+2)dy$；

8、计算积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}(x^2-yz)dydz+(y^2-zx)dzdx+2zdxdy$，其中 Σ 是曲面 $z=1-\sqrt{x^2+y^2}$ 被 $z=0$ 所截得部分的下侧.

四、（10 分）用 $9a^2$ 平方米的材料，建造一个宽与深相同的无盖长方体水池，已知水池底面用材为四周用材的 2 倍，求水池底的长与宽为多少米，才能使容积最大。

五、（10 分）求曲面 $xyz=a\ (a>0)$ 上任一点处的切平面与三个坐标面所围成的四面体的体积。

六、（10 分）求微分方程 $xy'=y+2x^3$ 的通解.

七、（8 分）将函数 $f(x)=\arctan(x^2)$ 展开为 x 的幂级数，并指明范围。

八、（8 分）设 $a>0,b>0$，$f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，求证：在 (a,b) 内至少有一点 ξ，使得

$$f(b)-f(a)=\frac{f'(\xi)}{2\xi}(b^2-a^2)$$