

华南理工大学  
2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试卷

(试卷上做答无效, 请在答题纸上做答, 试后本卷必须与答题纸一同交回)

科目名称: 系统工程基础综合

适用专业: 系统工程; 系统分析与集成

共 2 页

一、(21 分) 求解如下微分方程

$$(1) \quad (ye^x + 2e^x - y^2)dx + (e^x - 2xy)dy = 0$$

$$(2) \quad \frac{dy}{dx} = 1 + 2x + y^2 + 2xy^2$$

$$(3) \quad (x^3y + 2y^2)dx + x^4dy = 0$$

二、(18 分) 考虑微分方程组

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + f(t)$$

(1) 求齐次微分方程组的通解;

(2) 求  $f(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ t \end{pmatrix}$  时的通解。

三、(18 分) 求方程

$$y^{(4)} - 4y''' + 8y'' - 8y' + 3y = e^{2x}$$

的通解。

四、(18 分) 考虑线性微分方程

$$(2x-1)^2 y'' - 3(2x-1)y' + 6y = 0$$

(1) 求其多项式特解;

(2) 求出通解。

五、(20分) 按要求做下列各题:

(1) 设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是三个事件, 且  $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$ ,  $P(AB)=0$ ,  $P(BC)=0$ ,  $P(AC)=\frac{1}{8}$ , 试求事件  $A$ 、 $B$ 、 $C$  至少有一个发生的概率。

(2) 设  $A$ 、 $B$  是两个事件, 且  $P(A)=0.6$ ,  $P(B)=0.7$ , 给出  $P(AB)$  取得最大值和最小值的条件, 并求出其相应的最大值和最小值。

六、(15分) 设随机变量  $\xi$  与  $\eta$  相互独立, 且都服从参数为 3 的 Poisson (泊松) 分布, 试证明:  $\xi+\eta$  仍服从 Poisson 分布, 且参数为 6。

七、(20分) 若随机变量  $\xi$  服从标准正态分布, 试求  $\chi^2$  分布:  $\eta=\xi^2$  的数学期望  $E(\eta)$  和方差  $D(\eta)$ 。

八、(20分) 设  $\{\xi_n\}$  为相互独立的随机变量序列,  $D(\xi_n)$  是  $\xi_n$  的方差。

(1) 针对序列  $\{\xi_n\}$ , 写出相应的 Lindeberg 条件;

(2) 如果存在常数序列  $\{L_n\}$ , 使得如下条件成立:

$$\max_{1 \leq k \leq n} |\xi_k| \leq L_n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{B_n} = 0。$$

其中,  $B_n^2 = \sum_{k=1}^n D(\xi_k)$ 。试证明:  $\{\xi_n\}$  满足中心极限定理。